HOMMAGE À GÖDEL

Teoremat Münchhausena: koń, bagno i czupryna,
jest czarujący, lecz nie zapomnij:
Münchhausen był łgarzem.

Teoremat Gödla działa na pierwszy rzut oka
trochę niepozornie, lecz pomyśl:
Gödel ma rację.

„W każdym dostatecznie zupełnym systemie
można sformułować twierdzenia,
których w ramach tego systemu
nie można ani udowodnić, ani obalić,
chyba że sprzeczny
byłby sam system".

Możesz swój własny język
opisać we własnym języku,
lecz niezupełnie.
Możesz swój własny mózg
zgłębić własnym mózgiem,
lecz niezupełnie.
Itp.

By się usprawiedliwić,
każdy możliwy system
musi się transcendować,
tzn. zniszczyć.

„Dostatecznie zupełny” czy nie:
niesprzeczność
jest oznaką braku
lub sprzecznością.

(Pewność = niespójność).

Każdy możliwy jeździec,
więc także Münchhausen,
więc także ty jesteś subsystemem
dostatecznie zupełnego bagna.

A subsystem tego subsystemu
jest własną czupryną,
ową dźwignią
dla reformistów i łgarzy.

W każdym dostatecznie zupełnym systemie,
więc także w tym bagnie tutaj,
można sformułować twierdzenia,
których wewnątrz systemu
nie można ani udowodnić, ani obalić.

Twierdzenia te weź do ręki
i ciągnij!

MOST ZWODZONY NIECZYNNY ALBO MATEMATYKA W ZAŚWIATACH KULTURY

WIDOK ZEWNĘTRZNY

Zawsze te same słowa: „Niech pan przestanie! Tylko nie matematyka". – „Męka, już w szkole. Nie mam pojęcia, jak zdałem wtedy maturę". – „Koszmar! Dla całkowicie pozbawionego talentu, jak ja". – „Z podatkiem VAT jeszcze jako tako sobie poradzę, na kalkulatorze. Wszystko inne przekracza mą inteligencję". – „Wzory matematyczne – to najgorsze, wtedy się po prostu wyłączam".

Zapewnienia takie słyszymy codziennie. Inteligentni, wykształceni ludzie wypowiadają je rutynowo, z osobliwą mieszanką przekory i dumy. Oczekują oni wyrozumiałych słuchaczy, a takich nie brakuje. Milcząco osiągnięto ogólne porozumienie, zajmując radykalne stanowisko wobec matematyki. Jej wykluczenie ze sfery kultury, przypominające rodzaj intelektualnej kastracji, zdaje się nikomu nie przeszkadzać. Kto taki stan uważa za żałosny, kto pomrukuje coś o uroku i znaczeniu, o doniosłości i pięknie matematyki, ten jako ekspert budzi podziw; kto daje się poznać jako amator, uchodzi w najlepszym razie za dziwaka, który ma ekscentryczne hobby, tak jakby hodował żółwie lub zbierał wiktoriańskie przyciski do listów.

O wiele rzadziej spotykamy ludzi, którzy z podobną emfazą twierdzą, że już sama myśl o czytaniu powieści, o oglądaniu obrazu czy pójściu do kina sprawia im okrutne męki, że od czasu matury skwapliwie unikali styczności z jakimikolwiek sztukami, że raczej nie chcieliby, by przypominano im o ich wcześniejszych doświadczeniach z literaturą czy malarstwem. Prawie nigdy nie słyszymy o anatemach rzucanych na muzykę. Zapewne są ludzie, którzy – być może nie bez racji – twierdzą, że są niemuzykalni. Jeden śpiewa dość głośno i fałszuje, drugi nie gra na instrumencie, a tylko nieliczni słuchacze śpieszą z partyturą pod pachą na koncert. Ale któż by twierdził na poważnie, że nie zna piosenek? Obojętnie, czy chodzi o Spice Girls, czy o hymn narodowy, o techno czy chorał gregoriański, nikt nie jest na muzykę całkowicie uodporniony. I to nie bez przyczyny. Zdolność tworzenia i słuchania muzyki jest zakorzeniona genetycznie; należy do antropologicznych uniwersaliów. Nie oznacza to oczywiście, że wszyscy jesteśmy uzdolnieni muzycznie w równym stopniu. Jak wszystkie inne dary i właściwości, również ten aspekt naszego uposażenia ulega średniemu rozkładowi Gaussa. Równie rzadko jak uzdolnienia skrajnie wybitne występują w dowolnej populacji ludzie, którzy muzycznie są głusi jak pień; statystyczne maksimum osiągamy w polu środkowym.

Oczywiście tak samo rzecz się ma ze zdolnościami matematycznymi. Również one są w ludzkim mózgu uwarunkowane genetycznie i również one rozkładają się w każdej populacji ściśle według modelu krzywej dzwonowej. Przesąd stanowi zatem przeświadczenie, iż myślenie matematyczne jest rzadkim i wyjątkowym zjawiskiem, egzotycznym kaprysem natury.

Stoimy wobec zagadki: dlaczego matematyka pozostała w naszej cywilizacji czymś w rodzaju białej plamy, eksterytorialnego obszaru, gdzie okopali się tylko nieliczni wtajemniczeni?

Kto chce sobie ułatwić zadanie, odpowie, że sami matematycy są temu winni. Wyjaśnienie to jest proste i zarazem potwierdza stereotypowy wizerunek profesjonalnych przedstawicieli dyscypliny, utrzymujący się w oczach ludzi z zewnątrz. Matematyka wyobrażamy sobie jako świeckiego uczonego w piśmie, który strzeże zazdrośnie swego rodzaju Graala. Do zwyczajnych rzeczy tego świata odwraca się plecami. Zajęty wyłącznie niezrozumiałymi problemami, z trudem komunikuje się ze światem zewnętrznym. Żyje w odosobnieniu, radości i cierpienia społeczności ludzkiej traktuje jako uciążliwe zakłócenia, a w ogóle prowadzi życie odludka, graniczące z mizantropią. Swoją logiczną pedanterią działa otoczeniu na nerwy. Przede wszystkim jednak trudno znieść jego skłonność do pewnej formy pychy. Inteligentny – czego nikt mu nie odmawia, bo taki po prostu jest – patrzy protekcjonalnie i lekceważąco na bezradne próby innych, którzy usiłują uchwycić tę czy ową myśl. Dlatego nigdy by mu nie przyszło do głowy, żeby robić sobie reklamę.

To tyle, jeśli chodzi o karykaturę, która brana jest dość często za dobrą monetę. Jest to oczywista bzdura. Matematycy, abstrahując od ich działalności, przypuszczalnie niewiele się różnią od innych ludzi, a znam w tym fachu mężczyzn i kobiety, którzy cieszą się życiem, są obyci i dowcipni, niekiedy nawet nierozsądni. Jak zwykle w przesądzie tkwi ziarno prawdy. Każdy zawód ma własne ryzyko, własną patologię, swą *déformation professionelle*. Górnicy cierpią na pylicę płuc, pisarze na zaburzenia narcystyczne, reżyserzy na megalomanię. Wszystkie te defekty można sprowadzić do warunków, w jakich ci pacjenci pracują.

Co się tyczy matematyków, to ich działalność wymaga przede wszystkim bezwzględnej i długotrwałej koncentracji. To wyjątkowo trudne i bardzo twarde orzechy, które mają do zgryzienia. Nic dziwnego, że każde zakłócenie uwagi pochodzące z zewnątrz odczuwane jest jako niestosowność. Zarazem jednak czas matematyków uniwersalnych pokroju Eulera czy Gaussa dawno minął. Dziś nikt już nie ma rozeznania we wszystkich obszarach swojej dziedziny. Oznacza to jednak, że krąg możliwych adresatów w nauce się kurczy. Prace, które są naprawdę oryginalne, rozumieją najpierw tylko nieliczni koledzy po fachu; krążą one drogą mailową wśród tuzina czytelników między Princeton, Bonn i Tokio. Konsekwencją tego jest pewna izolacja. Z prób stania się zrozumiałym dla innych tacy badacze zrezygnowali już dawno i postawa ta udzieliła się też chyba innym, mniej zaawansowanym robotnikom w winnicy matematyki.

Znamienne dla tej postawy jest powiedzenie, które słyszą już studenci pierwszego semestru na każdym wykładzie z teorii funkcji czy przestrzeni wektorowych. Mówi się więc, że ten przedział czy to przyporządkowanie jest „trywialne" – i na tym koniec. Dalsze wyjaśnienie jest zbyteczne; byłoby ono w pewnym sensie poniżej godności matematyka. Mozolne i nudne w istocie jest rozwiązywanie za każdym razem od nowa każdego pojedynczego ogniwa łańcucha dowodów. Dlatego matematycy są wytrenowani w opuszczaniu powracających kroków pośrednich, czyli po prostu w zakładaniu ich po tysiąckroć wypróbowanej ważności. Tak jest bez wątpienia oszczędniej. Wpływa to jednak na zachowanie komunikacyjne w określonym kierunku. Za zdolnego do rozmowy może wśród fachowców uchodzić tylko ten, dla którego trywialność jest trywialna, rozumie się zatem sama przez się. Wszyscy, których to nie dotyczy, a więc co najmniej 99% ludzkości, są w tym sensie przypadkami beznadziejnymi, z którymi rozmawiać po prostu się nie opłaca.

Poza tym matematycy posługują się nie tylko, tak jak inni naukowcy, swoim językiem fachowym, ale też notacją, która różni się od zwykłego pisma i jest dla ich wewnętrznej komunikacji niezbędna. (Również tutaj można mówić o analogii do muzyki, która też wytworzyła własny kod). Tymczasem większość ludzi, gdy tylko ujrzy wzór, wpada w panikę. Trudno powiedzieć, skąd się bierze ów odruch ucieczki, który dla matematyków z kolei jest niepojęty. Są oni bowiem zdania, że ich notacja jest cudownie wyrazista i przewyższa każdy język naturalny. Dlatego nie rozumieją, dlaczego mieliby sobie zadawać trud tłumaczenia swoich pomysłów na niemiecki czy angielski. Taka próba równałaby się w ich oczach strasznemu wypaczeniu.

Czy to zatem matematycy sami ponoszą winę za insularne położenie swej nauki? Czy to oni sami odwrócili się plecami do społeczeństwa i umyślnie zbudowali most zwodzony prowadzący do ich dyscypliny? Tak sobie ułatwić odpowiedź może tylko ten, kto nie docenia problemu i jego doniosłości. Zrzucanie winy na mniejszość ekspertów po prostu nie przekonuje, dopóki przytłaczająca większość z własnej woli rezygnuje z przyswojenia sobie kulturowego kapitału o ogromnym znaczeniu i największej sile przyciągania.

Ignorancja, jak wiadomo, jest niebiańską mocą o niezwyciężonej sile. Większość ludzi jest zapewne przekonana o tym, że bez znajomości matematyki można całkiem dobrze żyć i że nauka ta jest wystarczająco nieważna, by można ją było pozostawić naukowcom. Wielu nawet podejrzewa, że chodzi tutaj o sztukę, która chleba nie daje, a pożytek z niej w żadnym razie nie jest oczywisty. Utwierdzać ich w tym przeświadczeniu mogą poglądy niektórych matematyków, którzy czystości swoich działań bronią w mocnych słowach. Tak oto znany angielski teoretyk liczby Godfrey Harold Hardy złożył następujące słynne wyznanie: „Nigdy nie robiłem niczego, co byłoby pożyteczne. Dla dobrego samopoczucia świata żadne z moich odkryć – czy w dobrym, czy w złym sensie – nigdy nie miało najmniejszego znaczenia i to zapewne też się nie zmieni. Wspomagałem kształcenie innych matematyków, ale takich jak ja, dlatego ich praca była – przynajmniej na tyle, na ile ich w tym wspierałem – tak samo bezużyteczna jak moja. Wedle wszelkich praktycznych miar wartość mojego matematycznego życia jest równa zeru, a poza matematyką jest ono i tak trywialne”. – Oto znowu złowieszcze słowo „trywialny”, którym piętnuje się wszystko, czym gardzi autor. – „Mam tylko jedną szansę – mówi dalej Harold – uniknięcia całkowitej trywialności, a mianowicie uznanie, że stworzyłem coś, co się opłacało stworzyć. Nie sposób zaprzeczyć, że coś stworzyłem; pozostaje tylko zapytać, czy to jest coś warte” (*A Mathematician’s Apology*, Cambridge 1967).

Cudownie powiedziane! Skromność, której prawie nie można odróżnić od arystokratycznej pychy. Nic nie jest bardziej obce takiemu matematykowi jak Hardy niż ubieganie się o uznanie bliźnich i powoływanie na praktyczny pożytek swej pracy. Dzięki temu ma rację i zarazem jej nie ma. Jego postawa podobna jest do postawy artysty. Patrząc z czysto ekonomicznego punktu widzenia, trudności mieliby nie tylko Bach i Owidiusz, lecz także Pitagoras i Cantor. Ich praca nie przyniosłaby owych 15% natychmiastowych zysków, które jako wzorzec miary obowiązują dzisiaj pod sztandarem *shareholder value*. Oczywiście, rozpatrując rzecz z tego stanowiska, większość ludzkich czynności straciłaby na znaczeniu. (Nawiasem mówiąc, badania naukowe należą do najbardziej korzystnych cenowo dokonań w kulturze. Podczas gdy wartość nowego akceleratora cząstek Conseil Européen pour la Recherche Nucléaire (CERN) pod Genewą szacuje się na cztery do pięciu miliardów, Max-Planck-Institut für Mathematik (MPI) w Bonn, centrum badawcze o światowej renomie, partycypuje tylko w 0,3% budżetu Max-Planck-Gesellschaft zur Förderung der Wissenschaften. Wielcy matematycy, jak Galois czy Abel, byli za życia bardzo ubodzy. Tańszych geniuszy chyba trudno byłoby znaleźć).

Autonomia, której domaga się dla badań podstawowych Hardy, znajduje swój odpowiednik w sztukach i nieprzypadkowo kryteria estetyczne nie są obce większości matematyków. Nie wystarczy im, że dowód jest logicznie spójny; ich celem jest bowiem

„elegancja". Wyraża się w tym określony zmysł piękna, który charakteryzuje pracę matematyczną od zarania. Nasuwa to oczywiście następne pytanie, dlaczego publiczność potrafi docenić katedry gotyckie, opery Mozarta i opowiadania Kafki, a nie umie tego, gdy chodzi o metodę nieskończonego schodzenia czy analizę Fouriera.

Co zaś się tyczy pożytku społecznego, to twierdzenia Hardy'ego można z łatwością obalić. Inżynier, który musi zrobić obliczenie dotyczące zwykłego silnika elektrycznego, oczywiście posługuje się liczbami złożonymi. O tym Wessel i Argand, Euler i Gauss nie mogli mieć pojęcia, kiedy na przełomie XIX wieku tworzyli teoretyczne podstawy rozszerzenia systemu liczb. Bez binarnego kodu liczbowego, który rozwinął Leibniz, nasze komputery byłyby niemożliwe. Bez wcześniejszych prac Riemanna nie mógłby Einstein sformułować teorii względności, a bez teorii grup mechanicy kwantowi, krystalografowie i technicy informacyjni zostaliby z pustymi rękoma. Badanie liczb pierwszych, gałęzi teorii liczb o niewyczerpanej atrakcyjności, uchodziło od zawsze za specjalność ezoteryczną. Przez kilka tysiącleci, a nie dopiero od Eratostenesa i Euklidesa, zajmowały się tymi nadzwyczaj kapryśnymi liczbami najtęższe głowy, nie mogąc wskazać, czemu one służą. Dopiero jednak w XX wieku agenci wywiadu, programiści, wojskowi i bankierzy rozpoznali nagle, że rozkładami czynników i kodami drzwi zapadowych można prowadzić wojny i robić interesy.

Nieoczekiwana użyteczność modeli matematycznych jest czymś zdumiewającym. W żadnym razie nie wiadomo, dlaczego niezwykle precyzyjne mrzonki, które – wbrew wszelkiej empirii – zostały w pewnym sensie wymyślone jako *l'art pour l'art*, są przydatne do wyjaśniania danego nam rzeczywistego świata i manipulowania nim. Wielu już dziwiło się z powodu *the unreasonable effectiveness of mathematics*. Dla czasów bardziej zakorzenionych w wierze ta ustanowiona z góry harmonia nie była problemem; jeszcze Leibniz mógł ze spokojem twierdzić, że za pomocą matematyki moglibyśmy „zyskać lepszy wgląd w boskie idee”, choćby dlatego, że to sam Bóg Wszechmogący jest pierwszym matematykiem. Dzisiaj filozofowie rzeczywiście mają trudniej. Starożytny spór między platonikami, formalistami i konstruktywistami wydaje się kończyć nieprzekonującym remisem. Matematyków w praktyce nie zajmują takie pytania. Nasuwające się tutaj wyjaśnienie, które nie ma jednak wielkiego oparcia w strażnikach tradycji, można by dostrzec w tym, że wszechświat i nasz mózg są rezultatem tych samych procesów ewolucyjnych, a ze słabej zasady antropicznej wynika troska o to, byśmy te same reguły gry odnaleźli w świecie fizycznym i w naszym myśleniu.

Konrad Knopp mógł w mowie inauguracyjnej z 1927 roku obwieścić triumfalnie, że „matematyka jest podstawą wszelkiego poznania i nośnikiem wszelkiej wyższej kultury”. Górnolotnie i patetycznie sformułowane, lecz prawdziwie. Tyle że namacalna korzyść i techniczne zastosowanie pojawiają się zwykle dopiero potem, w pewnym sensie za plecami matematycznych pionierów, chadzających tak jak Hardy własnymi drogami, o których nikt nie może z góry powiedzieć, dokąd poprowadzą. Zapośredniczenia pomiędzy matematyką czystą a stosowaną często trudno jest dostrzec. To również mógłby być powód fantastycznego wręcz niedocenienia pozycji badań matematycznych w dzisiejszych społeczeństwach. Zresztą nie istnieje chyba druga taka dziedzina, w której kulturowy *time lag* byłby tak ogromny. Świadomość ogółu z trudem podąża za nauką i jest spóźniona o całe wieki. Mało tego, można bez wątpienia stwierdzić, że duże grupy ludności nigdy nie wyszły poza zakres matematyki greckiej. Porównywalna zaległość na innych polach, na przykład medycyny czy fizyki, byłaby zapewne śmiertelnie niebezpieczna. To samo, choć nie bezpośrednio, można by chyba odnieść do matematyki. Jeszcze nigdy bowiem żadna cywilizacja nie była – tak jak nasza –

przeniknięta aż po życie codzienne metodami matematycznymi i tak bardzo od nich zależna.

Kulturowy paradoks, z którym mamy tu do czynienia, można by jeszcze wyostrzyć. Można by mianowicie słusznie uważać, że żyjemy w złotym wieku matematyki. Współczesne dokonania na tym polu są w każdym razie rewelacyjne. W porównaniu z matematyką sztuki plastyczne, literatura i teatr wypadłyby, jak się obawiam, nie najlepiej.

Nie podejmuję się szczegółowo uzasadnić tego twierdzenia. Jako kompletny laik rozumiem argumenty matematyków tylko w najogólniejszych zarysach. Często zadowalam się samym uchwyceniem tego, o co im właściwie chodzi. Zwodzony most na ich wyspę pozostaje również dla mnie podniesiony. Nie przeszkadza mi to jednak rzucić jedno czy drugie spojrzenie na drugi brzeg. To, co mogę tam rozpoznać, pozwala mi bądź co bądź objaśnić moją tezę na kilku przykładach.

Większość ludzi prawdopodobnie nigdy nie słyszała o problemie liczby przedziałów klasowych. Chodzi o jedną z najtrudniejszych zagadek teorii liczb. Sformułowana w roku 1801 przez Gaussa, po długotrwałych pracach wstępnych mogła zostać ostatecznie rozwiązana przez Zagiera i Grossa. Równie długo trwało dowiedzenie tak zwanego teorematu klasyfikacji. Chodziło o to, by uporządkować nieskończoną różnorodność grup prostych, które noszą taką nazwę całkowicie niesłusznie, gdyż są piekielnie skomplikowanej natury. Dopiero 180 lat po ustanowieniu teorii grup Aschbacher i Salomon znaleźli doskonałe rozwiązanie końcowe. Dalszych świadectw mogę sobie oszczędzić. Oba twierdzenia o niezupełności Gödla, który prawdopodobnie był najgenialniejszym matematykiem swego wieku, są dość znane. Dostateczny rozgłos zyskała też chyba wieść, że ostatnie twierdzenie Fermata, na którym łamano sobie zęby przez trzy stulecia, dowiedzione zostało w 1995 roku przez Andrew Wilesa. Nie ma takich mistrzostw w piłce nożnej, które mogłyby konkurować z takimi triumfami – nie mówiąc już o wystawach „documenta”* i spotkaniach teatralnych ostatnich lat.

Mimo to publiczność nie wybucha zachwytem, dlatego też powracamy do punktu wyjścia naszych rozważań. To w nim znajduje się już tylko jeden jedyny kozioł ofiarny, mianowicie nasza intelektualna socjalizacja, a mówiąc ściśle: szkoła. Nie chodzi przy tym wyłącznie o dotkliwe przeciążenie, na które instytucja ta dzisiaj cierpi. Zaniedbania leżą głębiej i mają starsze korzenie. Można spytać, czy w planie lekcyjnym w ciągu pierwszych pięciu lat nauki jest w ogóle coś takiego, jak zajęcia z matematyki. To, czego się tam naucza, zupełnie słusznie nazwano wcześniej „rachowaniem”. Również dzisiaj latami zamęcza się dzieci niemal wyłącznie nudną jak flaki z olejem rutyną, metodą, która ma swoje źródło w epoce industrializacji i jest już całkowicie przestarzała. Aż do około połowy XX wieku rynek pracy wymagał od większości zatrudnionych tylko trzech rudymentarnych sprawności: czytania, pisania i liczenia. Szkoła podstawowa istniała po to, by dostarczać poddawaną prowizorycznej alfabetyzacji siłę roboczą. Być może to właśnie wyjaśnia, dlaczego przebił się i ugruntował w szkole czysto instrumentalny stosunek do matematyki. Nie chcę tutaj kwestionować sensu opanowania abecadła czy wiedzy, jak powinno się wykonywać proste rachunki ułamkowe albo stosować prostą regułę trzech. Ale to wszystko nie ma nic wspólnego z myśleniem matematycznym. To tak, jakby wtajemniczano ludzi w muzykę, każąc im latami ćwiczyć gamy. Rezultatem byłaby prawdopodobnie dożywotnia niechęć do sztuki.

W wyższych klasach na ogół nie dzieje się lepiej. Geometria analityczna traktowana jest zwykle jako zbiór przepisów, podob-

* Wystawa sztuki współczesnej „documenta”, odbywająca się od 1955 roku co pięć lat w Kassel (przyp. tłum.).

nie rachunek nieskończoności. Skutek jest taki, że można uzyskać dobre oceny, nie zrozumiawszy właściwie tego, co się robi. Każdemu maturzyście należy życzyć powodzenia, tym bardziej że nie ma on najmniejszego wpływu na plan zajęć i metodę. Nie można się jednak potem dziwić temu, że zajęcia takie wspierają ostatecznie matematyczny analfabetyzm. Swój funkcjonalny sens i tak już dawno zatraciły, ponieważ standardy rynku pracy i techniki zdecydowanie się w ostatnich dziesięcioleciach zmieniły. Żaden szesnastolatek nie zrozumie, dlaczego ma się zajmować nudnymi obliczeniami, które każdy kalkulator w domu towarowym może obliczyć szybciej i lepiej.

Zwykłe lekcje matematyki nie tyle jednak nudzą, ile przede wszystkim za mało absorbują inteligencję uczniów. Przekonanie, że dzieci nie potrafią abstrakcyjnie myśleć, wydaje się *idée fixe* pedagogiki. To oczywiście nieporozumienie. Prawda jest całkiem inna. Każdy dziewięcio- czy dziesięciolatek może na przykład intuicyjnie poznać pojęcie nieskończenie małej i nieskończenie wielkiej liczby. Wiele dzieci jest niezwykle zafascynowanych odkryciem zera. Można im wytłumaczyć, co jest wartością graniczną, a różnicę między skutkami konwergentnymi a dywergentnymi pojmują bez trudu. Mnóstwo dzieci okazuje spontaniczne zainteresowanie problemami topologicznymi. Jeśli wykorzysta się ich wrodzony zmysł symetrii, to można je zabawiać nawet elementarnymi pytaniami z teorii grup czy kombinatoryki – i tak dalej, i tak dalej. Prawdopodobnie ich zdolność percepcji idei matematycznych jest w ogóle większa niż większości dorosłych. Ci bowiem zwykły tok edukacji mają już za sobą, a doznanych wówczas defektów prawdopodobnie nigdy już się nie pozbyli.

Byłoby jednak nie *fair*, gdybyśmy odpowiedzialnością za tę katastrofę chcieli obarczyć jedynie nauczycieli matematyki. Zmartwieniem tych ludzi godnych współczucia są nie tylko wytyczne ustalane przez dydaktyków oraz ich mody, ale muszą też oni chodzić na pasku biurokracji ministerialnej, która narzuca im bezwzględne plany i cele nauczania. Może to z powodu statusu urzędnika ciało pedagogiczne ma tendencję do nadgorliwości, co widać na przykładzie reformy ortografii. Pewna lękliwość przeszkadza im w wykorzystaniu możliwości rozwoju, którą otwiera przed nimi faktyczne niepodleganie zwolnieniu. Są jednak nauczyciele sprzeciwiający się przestarzałej rutynie, której się od nich wymaga, i potrafiący zapoznać dzieci z pięknem, bogactwem i wyzwaniami matematyki. Ich sukcesy mówią same za siebie.

Również poza obrębem systemu edukacyjnego pojawiają się pojedyncze oznaki nadziei osiągnięcia, a może nawet przekroczenia punktu krytycznego ignorancji matematycznej. Przede wszystkim wydaje się, że następuje zmiana w postawie naukowców. Dzisiejsi matematycy mniej niż kiedykolwiek przypominają stereotypowy wizerunek introwertycznego samotnika stroniącego od ludzi. Odnosi się to przede wszystkim do świata anglosaskiego. Za taką zmianą mentalności przemawiają nie tylko oczywiste motywy zewnętrzne, takie jak walka o środki na finansowanie badań. Ma ona przede wszystkim wewnątrzmatematyczne przyczyny. Tak zwany kryzys badań podstawowych pierwszej połowy wieku przyczynił się do tego, że zaczyna zdobywać uznanie postawa bardziej rozluźniona. Zmniejszył się również tradycyjny dystans między naukami czystymi a stosowanymi, odkąd zleceniodawcy i użytkownicy przekonali się, że z nauk podstawowych można czerpać zyski szybciej niż kiedykolwiek. Całkowicie nowe możliwości otwarła też wspomagana komputerowo matematyka eksperymentalna, choć jej metody długo podejrzewano o brak logicznej ścisłości. Jeśli zaś chodzi o tradycyjną wyniosłość dyscypliny, to mam wrażenie, że przełamał ją dziś nalot ironii. Matematycy są bardziej niż kiedyś świadomi swej omylności; zdają sobie sprawę, że ich katedra nigdy nie zostanie zakończona i że dla tego dzieła nie ma nawet całościowego planu budowy. Wielu też jest gotowych do rozmowy z niematematykami.

Wynikające stąd trudności z porozumieniem nie dziwią. Dobry znak to coraz większa w ostatnich dziesięcioleciach liczba tłumaczy wyspecjalizowanych w przekładzie formalnego języka dyscypliny na języki naturalne. To przedsięwzięcie skrajnie kontrowersyjne, ale warte zachodu. Również na tym obszarze wiodą prym autorzy anglosascy. Słynni budowniczowie mostów, tacy jak Martin Gardner, Keith Devlin, John Conway i Philip Davis, wykonali tu pionierską pracę. W Niemczech ważne przysługi medialne oddały czasopisma takie, jak „Spektrum der Wissenschaft", oraz publicyści, między innymi Thomas i Gero von Randow. Okazjonalnie zagadnienia matematyczne opanowują nawet mass media, jak w roku 1976, kiedy Appel i Haken rozwiązali problem czterech barw, który był może nie tyle ważny, co okryty złą sławą. Należy więc chyba być gotowym na ryzyko modnych przerysowań, jak w wypadku teorii chaosu i katastrof. Odgrywają tutaj rolę nie tylko nieporozumienia semantyczne. Sprawa Sokala pokazała, do jakich blamaży może dochodzić, kiedy dyletanci włączają do swego żargonu pojęcia naukowe, nie wiedząc, o czym mówią*. Zarazem jednak obiecującą oznakę stanowi to, że *Fermat's last Theorem* (Ostatnie twierdzenie Fermata), poważny thriller naukowy Simona Singha, stał się międzynarodowym bestsellerem.

W kulturze, którą wyróżnia głęboka niewiedza matematyczna, pewnej odwagi wymaga podejmowanie prób tłumaczeń tego rodzaju. Nie mogę się oprzeć pokusie zacytowania pewnego dialo-

* Chodzi o tekst opublikowany w 1996 roku w piśmie „Social Text" przez angielskiego fizyka Alana Sokala, który miał uchodzić za naukowy, choć był fikcyjną koncepcją powiązań teorii rozwoju społecznego, emancypacji, feminizmu, dekonstruktywizmu z grawitacją kwantową. Prowokacja Sokala miała ukazać nadużycia naukowe popełniane przez postmodernistycznych intelektualistów (przyp. tłum.).

gu, którym piszący wybornie profesjonalny matematyk Ian Stewart poprzedził książkę *The Problem of Mathematics*. Ekspert rozmawia tutaj z wyimaginowanym laikiem.

Matematyk: Chodzi o jedno z najważniejszych odkryć ostatniej dekady.

Laik: Czy może mi pan to wyjaśnić słowami, które są zrozumiałe dla zwykłych śmiertelników?

Matematyk: To niemożliwe. Nie może pan mieć o tym pojęcia, jeśli nie rozumie pan szczegółów technicznych. Jak mam mówić o wielościach topologicznych, nie wspominając o tym, że twierdzenia, o które chodzi, funkcjonują tylko wtedy, kiedy wielości te są wymiarowo skończone, parakompaktowe i hausdorffowskie i kiedy mają pusty brzeg?

Laik: To niech pan trochę skłamie.

Matematyk: Nie odpowiada mi to.

Laik: Dlaczego nie? Wszyscy inni też kłamią.

Matematyk *(bliski tego, by ulec pokusie, ale pozostający w konflikcie z dozgonnym przyzwyczajeniem)*: Muszę przecież pozostać w prawdzie!

Laik: Na pewno, ale mógłby pan ją trochę nagiąć, gdyby dzięki temu stało się bardziej zrozumiałe to, czym się pan właściwie zajmuje.

Matematyk *(sceptyczny, lecz uskrzydlony własną śmiałością)*: Niech tak będzie. Spróbujmy zatem.

Chodziłoby o próbę alfabetyzacji: długotrwały, lecz wielce obiecujący projekt, który musiałby się zacząć w wieku dziecięcym i dostarczyć naszym nazbyt ospałym umysłom pewnego treningu fitness i niezwykłych uczuć przyjemności.

MATEMATYCY

Pierwiastki, co nigdzie nie mają korzeni,
odwzorowania dla zamkniętych oczu,
zarodki, wiązki, pofałdowania, włókna:
ten najbielszy ze wszystkich światów
ze swymi wiązkami, przecięciami i powłokami
jest waszą Ziemią Obiecaną.

Butnie zatracacie się
w nieprzeliczalności, w zbiorach
pustych, jałowych, obcych
w gęstych sobie zbiorach z zaświatów.

Upiorne rozmowy
między kawalerami:
przypuszczenie Fermata,
zastrzeżenie Zermela,
lemat Zorna.

Zimnym światłem
oślepieni już jako dzieci,
odwróciliście się,

wzruszając ramionami,
od naszych krwawych uciech.

Ubodzy w słowa potykacie się,
zatopieni w myślach,
przez anioła abstrakcji pędzeni,
przez pola Galois i powierzchnie Riemanna,
po kolana w kurzu Cantora,
poprzez przestrzenie Hausdorffa.

Wtedy, z czterdziestką na karku, siedzicie,
o teolodzy bez Jehowy,
wyłysiali i na lęk wysokości cierpiący,
w garniturach zwietrzałych
za pustym biurkiem,
wypaleni, o Fibonacci,
o Kummerze, o Gödlu, o Mandelbrocie,
w czyśćcu rekursji.